

300.000 (500.000)

Aplicación del coeficiente de Atkinson a la distribución de ingresos del Gran Mendoza: Una síntesis

Ana María Claramunt

Profesora Titular de Microeconomía II de la Facultad de Ciencias Económicas de la U.N. de Cuyo.

Luis Alberto Fornero

Profesor Titular de Estadística II de la Facultad de Ciencias Económicas de la U.N. de Cuyo.

Daniel Alejandro Rada

Ayudante de Microeconomía II de la Facultad de Ciencias Económicas de la U.N. de Cuyo.

Introducción

Quando se toman medidas de política económica se suelen plantear conflictos entre los objetivos de eficiencia y equidad. En materia de eficiencia, en general, existe consenso entre los economistas, pero en lo que a equidad se refiere, el tema es controvertido y se entra a discutir en un terreno subjetivo. A tal efecto hay intentos para cuantificar la desigualdad en la distribución de ingresos y para estimar el bienestar de una comunidad.

La mayoría de los coeficientes para medir la desigualdad en la distribución de ingresos son de índole estadística. En este trabajo se utilizará el coeficiente de Atkinson, cuyo contenido es económico y permite relacionar la eficiencia con la equidad.

El desarrollo de este trabajo se basa fundamentalmente en uno de Alberto Porto(1), quien presenta los lineamientos teóricos en que se apoya el indicador de Atkinson, y realiza un ejercicio de aplicación al caso argen-

(1) PORTO, Alberto, Una nota sobre teoría y práctica en Economía del Bienestar, versión preliminar (Instituto Di Teila y Universidad Nacional de La Plata, octubre 1989).

tino, procurando dar un contenido empírico a un tema teórico de economía del bienestar.

El objetivo del presente trabajo es similar al de Porto, pero la aplicación empírica se hace con datos de ingresos del Gran Mendoza.

Por razones de espacio, esta versión constituye una síntesis de la presentada en las Jornadas de Ciencias Económicas 1991. (2)

1. Algunos fundamentos teóricos

A. Coeficiente de Atkinson

Una forma de expresar este indicador es (3):

$$D = 1 - \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right)^{1-\gamma} f_i \right]^{\frac{1}{1-\gamma}}$$

donde:

y_i es el ingreso medio del grupo o estrato i -ésimo

\bar{y} es el ingreso medio total de la población

f_i es la proporción de la población correspondiente al grupo i -ésimo

γ es la ponderación que la sociedad le asigna a la desigualdad en la distribución.

La magnitud de este indicador depende fundamentalmente del valor de γ , el cual puede estar entre 0 e ∞ . Si $\gamma = 0$ significa que la sociedad está indiferente frente a la distribución, en tanto que si $\gamma \rightarrow \infty$ indica que lo que a la sociedad le importa es la posición del grupo con ingreso más bajo (éste es el caso desarrollado por Rawls, quien es citado por Atkinson).

Nótese que si $\gamma = 1$ surge una indeterminación, la cual puede salvarse tomando logaritmos y aplicando la regla de L'Hospital, en cuyo caso

$$D = 1 - e^{(f_i \sum \ln y_i) - \ln(\bar{y})}$$

La ponderación γ está respaldada por una función de bienestar social, y su valor depende de cómo sea esa función. Es esta la que le confiere al indicador de Atkinson un mayor contenido económico, ya que la

(2) Estas Jornadas se realizaron en la Facultad de Ciencias Económicas de la U.N. Cuyo del 25 al 27 de marzo de 1991. El trabajo completo, subsidiado por la Asociación Cooperadora de esa Facultad, está inédito.

(3) ATKINSON, A.B. The economics of inequality (Oxford, Clarendon, 1977).

generalidad de los coeficientes utilizados son meramente estadísticos.

Al adoptarse una función de bienestar social, se asocia la desigualdad existente en la distribución del ingreso con cierto grado de bienestar de la comunidad y puede hacerse referencia a la tasa de crecimiento del bienestar, según sea el consenso que sobre este concepto tenga la sociedad. Esto entra en el contexto de economía normativa y supone elementos de juicio subjetivos.

Si el economista debe discutir o no cuestiones normativas es objeto de arduas controversias, pero es importante reconocer que el logro de ciertos objetivos se relaciona con la aplicación de determinadas medidas de política económica, sin que esto signifique que el economista sea partidario o no de esas medidas (4). Tras un objetivo en particular, especialmente en materia de redistribución, está implícita una función de bienestar.

B. Reflexiones sobre eficiencia y equidad

Los criterios de eficiencia son objetivos pero no siempre llevan a un óptimo de bienestar desde el punto de vista de la distribución. Para ilustrarlo, en el trabajo completo del cual éste es una síntesis, se desarrolla el modelo simplificado de bienestar de Bator (5). De ese modelo, aquí sólo se presentará el gráfico en que aparece la denominada gran frontera de posibilidades de utilidad, la cual figura en el gráfico N° 1, representado por la curva BB. En los ejes se marcan las utilidades de dos individuos (H y G),

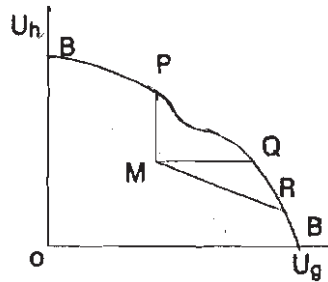


Gráfico N° 1

(4) ATKINSON, A.B. y STIGLITZ, J., Lectures on public economics (New York, Mc Graw Hill, 1980), pág. 334.

(5) BATOR, Francis M., Análisis simplificado de la maximización del bienestar, en BREIT, William y HOCHMAN, Harold, Microeconomía, trad. por C.A. Givogri, 2a. edición (México, Interamericana, 1973), págs. 368/377.

las cuales se denotan por U_h y U_g , respectivamente; cada punto de BB indica el máximo de U_g para cualquier nivel posible de U_h , y viceversa.

Si se parte de un punto como M en ese gráfico, cualquier movimiento hacia el noreste conduce a una situación mejor desde la óptica de la eficiencia paretiana (6). Cualquier punto entre P y Q mejora a uno de los individuos sin empeorar al otro. Sin embargo, aunque todos los puntos en BB son eficientes, no todos son superiores al punto M , porque no se podría decir que R , por ejemplo, es mejor que M , ya que, aun aplicando el débil criterio paretiano, el individuo G estaría mejor, pero H estaría peor.

Pueden haber puntos que no estén en la gran frontera de posibilidades de utilidad BB que sitúen a la sociedad en un nivel mayor de bienestar. Para ilustrarlo se presenta el gráfico N° 2.

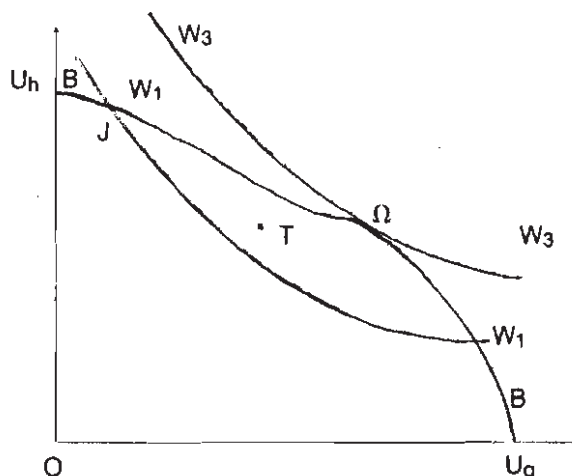


Gráfico N° 2

Las curvas WW son curvas de indiferencia social originadas en una función de bienestar social; el punto Ω indica la mejor situación que puede alcanzarse.

Por ejemplo, el punto T (que no está situado en BB) desde el punto de vista del bienestar es superior al punto J , ya que corresponde a una curva de indiferencia social que representa un mayor bienestar que el indicado por W_1W_1 .

Para poder expedirse en materia de bienestar hay que introducir

(6) SILBERBERG, Eugene, The structure of economics: a Mathematical Analysis (New York, Mc Graw-Hill, 1978), págs. 481/482.

Juicios subjetivos, los cuales se apoyan en una función de bienestar social.

C. Función de bienestar social

Sobre funciones de bienestar social hay mucho escrito y no es objetivo de este trabajo extenderse sobre el particular (7). Aquí sólo se darán los elementos necesarios para poder comprender la incidencia que tiene la elección de la función de bienestar en la medición de la desigualdad de la distribución del ingreso aplicando el coeficiente de Atkinson.

Se trabajará con una función de bienestar del tipo llamadas "individualista-paretianas", o sea

$$W = W(U_1, U_2, \dots, U_n)$$

$$\frac{\partial W}{\partial U_j} \geq 0,$$

con la desigualdad estricta para algún j , donde W es un índice de bienestar y U_j indica la utilidad del individuo j . A su vez U_j depende de las cantidades de bienes consumidas por el individuo j .

Se supone que las funciones de utilidad son iguales para todos los individuos y son estrictamente crecientes y cóncavas en el espacio de bienes.

Es conveniente, para trabajar empíricamente, utilizar las funciones de utilidad indirectas, con lo que la función W , en lugar de estar definida en el espacio de bienes, queda definida en el espacio de presupuestos (ingresos).

Al maximizar las funciones de utilidad (U_j) sujeto a una restricción presupuestaria se obtienen las funciones de utilidad indirectas (8), que dependen del y_j y p_i , donde:

y_j = ingreso de la persona j

p_i = precio del bien i

(7) Véanse, entre otros: GRAAF, J. de V., Teoría de la economía del bienestar, trad. por M. Fernández López (Buenos Aires, Amorrortu, 1967); HENDERSON, J. y QUANDT R., Teoría microeconómica, trad. por J.R. Lasuén, 3a. edición (Barcelona, Ariel, 1985); SILBERBERG, E., op. cit., PORTO, A., op. cit.; ATKINSON, A. B. y STIGLITZ, J. op. cit., SAMUELSON, Paul A., Fundamentos de análisis económico, trad. por U. Bacic, 4a. edición (Buenos Aires, Ateneo, 1977), cap. 8, etc..

(8) SILBERBERG, E., op. cit., pág. 225. Puede verse un ejemplo sencillo en el Anexo I de la versión completa del presente trabajo.

de modo que, en el caso de 2 bienes, queda (9):

$$V_j^* = V_j^*(y_j, p_1, p_2)$$

y en consecuencia:

$$W = W[V_1^*(y_1, p_1, p_2), V_2^*(y_2, p_1, p_2)]$$

Si se supone que las funciones de utilidad directas son homogéneas en la cantidad de bienes, las funciones de utilidad indirectas son del tipo:

$$V_j^* = \frac{A}{1-\epsilon} y_j^{1-\epsilon} \quad [1]$$

donde A es función del precio de los bienes. Si los precios están dados, puede suponerse para simplificar que $A = 1$.

$(1-\epsilon)$ es el grado de homogeneidad de la función de utilidad directa, siendo $0 \leq \epsilon < 1$.

Es importante destacar que ϵ puede interpretarse como la elasticidad de la utilidad marginal privada del ingreso del individuo j, o sea:

$$\lambda_j = \frac{\partial V_j^*}{\partial y_j} = y_j^{-\epsilon} \quad [2]$$

y la elasticidad de λ , es

$$-\frac{\partial \lambda_j}{\partial y_j} \cdot \frac{y_j}{\lambda_j} = \epsilon \quad [3]$$

Como forma específica de W se usa la siguiente función (10):

$$W = \frac{1}{\alpha} \sum_{j=1}^n U_j^\alpha \quad [4]$$

donde $\alpha \neq 0$
 $1 > \alpha > -\infty$

Esta función es estrictamente creciente y cóncava en las U_j . El valor marginal social de la utilidad del individuo j se expresa así:

(9) En general se usa aquí la simbología empleada por PORTO, A., *op. cit.*, de donde se han tomado los conceptos principales que siguen a continuación.

(10) Véase, además de PORTO, A., *op. cit.*, LAYARD, P.R.G. y WALTERS, A.A., *Microeconomic Theory* (Londres, Mc Graw Hill, 1978), págs. 45/50.

$$\beta_j = \frac{\partial W}{\partial U_j} = U^{\alpha-1} \quad [5]$$

Reemplazando [1] en [4] cuando $A = 1$, se obtiene la función W definida en el espacio de ingresos de las personas:

$$W = \frac{1}{\alpha} \left(\sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{1-\epsilon} y_j \right)^{1-\epsilon} \right)^{\alpha} \quad [6]$$

a) Si $\alpha = 1$, resulta

$$W = \sum_{j=1}^n \frac{1}{1-\epsilon} y_j^{1-\epsilon} = \sum_{j=1}^n V_j^* \quad [7]$$

que es la función de bienestar social "utilitarista". Con los supuestos adoptados de idénticas funciones de utilidad individuales y utilidad marginal privada decreciente del ingreso, resulta como solución de máximo W , la igualdad de utilidades ("igualitarismo"). (11)

Nótese que, cuando $\alpha = 1$, resulta $\beta_j = 1$. Es el caso extremo en que W es creciente y lineal (no estrictamente cóncava en las U_j).

b) Si $\alpha = 1$ y $\epsilon = 0$, entonces

$$W = \sum_{j=1}^n y_j$$

En este caso el bienestar social es igual a la suma de los ingresos de los individuos y, por lo tanto, todas las ponderaciones son iguales a la unidad.

c) En el otro extremo, si $\alpha \rightarrow -\infty$, entonces

$$\lim_{\alpha \rightarrow -\infty} W = \min [U_j]$$

En este caso interesa solo la utilidad del más pobre.

Las curvas de indiferencia (isobienestar) a que da lugar esta función W pueden ilustrarse para el caso simplificado en que se trate de 2 personas y $\epsilon = 0$ (o sea que la utilidad marginal privada del ingreso es constante). En este caso:

(11) Sin esos supuestos, según Porto (pág. 28) el "utilitarismo" puede conducir a grandes desigualdades en las utilidades de las personas.

$$W = \frac{1}{\alpha} y_1^\alpha + \frac{1}{\alpha} y_2^\alpha \quad [8]$$

$$\frac{\frac{\partial W}{\partial y_2}}{\frac{\partial W}{\partial y_1}} = \left(\frac{y_1}{y_2} \right)^{1-\alpha} = \frac{dy_1}{dy_2} = \frac{f_2}{f_1}$$

que es la pendiente de la curva de indiferencia entre y_1 e y_2 (o bien la tasa marginal de sustitución entre ambos ingresos, con el signo cambiado f_2/f_1).

Si se define a la elasticidad de sustitución como:

$$s = \frac{d\left(\frac{y_1}{y_2}\right)}{\left(\frac{y_1}{y_2}\right)} \cdot \frac{\left(\frac{f_2}{f_1}\right)}{d\left(\frac{f_2}{f_1}\right)}$$

resulta

$$s = \frac{1}{1-\alpha}$$

a) Si $\alpha = 1 \rightarrow s = \infty$; en cuyo caso la representación gráfica es la del gráfico nº 3.

b) Si $\alpha \rightarrow -\infty$, entonces $s \rightarrow 0$, siendo el gráfico correspondiente el nº 4.

c) Si $-\infty < \alpha < 1$, la curva de isobienestar es de tal tipo ilustrado en el gráfico nº 5.

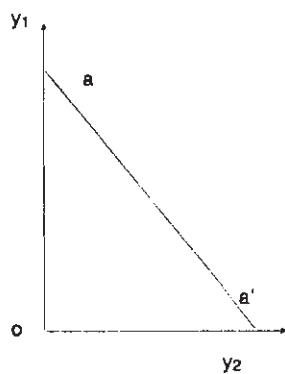


Gráfico N° 3

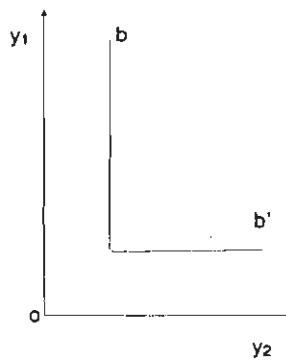


Gráfico N° 4

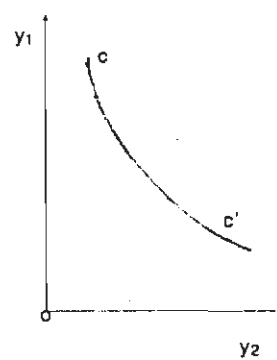


Gráfico N° 5

Si bien es imposible construir una teoría del bienestar que no se base en supuestos rígidos, la utilización de esta función de bienestar específica permitirá, por lo menos, ilustrar que la medición de la desigualdad en la distribución está supeditada a la elección de una función de bienestar social en la que entran elementos subjetivos, y que depende de lo que la sociedad en su conjunto estime más conveniente. (12)

D. El coeficiente de Atkinson en este contexto (13)

"Atkinson parte del concepto de ingreso distribuido igualmente (y^*) que permite alcanzar el mismo nivel de W que se obtiene con la distribución existente del ingreso". (14)

Así, si se considera la función [8], lo que Atkinson significa es:

$$W(y^*_1, y^*_2) = W(y^o_1, y^o_2)$$

donde y^o_1 e y^o_2 son los respectivos ingresos de las dos personas en un momento dado e $y^*_1 = y^*_2$.

Reemplazando en [8]

$$\frac{1}{\alpha} y_1^{*\alpha} + \frac{1}{\alpha} y_2^{*\alpha} = \frac{1}{\alpha} y_1^{o\alpha} + \frac{1}{\alpha} y_2^{o\alpha} \quad ; y^*_1 = y^*_2$$

Despejando

$$y^* = \left(\frac{\sum_{j=1}^2 y_j^{o\alpha}}{2} \right)^{\frac{1}{\alpha}}$$

Si en lugar de 2 personas, son n individuos:

1

(12) Sobre las dificultades para construir una teoría del bienestar útil e interesante véanse, por ejemplo: GRAAF, *op. cit.*, cap. 12; HENDERSON, J. y QUANDT, R., *op. cit.*, págs. 393/410; SILBERBERG, E., *op. cit.*, cap. 15; SAMUELSON, P.A., *op. cit.*, cap. 8; QUIRK, J. y SAPOSNIK, R., *Introducción a la teoría del equilibrio general y a la economía del bienestar*, trad. por M. Coldeforns y R. Tomás (Barcelona, Bosch, 1972), cap. 4; etc.

(13) Para este punto también se seguirán los lineamientos dados por PORTO, A., *op. cit.*, págs. 13/15.

(14) PORTO, A., *op. cit.*, pág. 14, basado en ATKINSON, A.B., *On the Measurement of Inequality*, en "Journal of Economic Theory", N° 3 (1970).

$$y^* = \left(\frac{\sum_{j=1}^n y_j^\alpha}{n} \right)^{\frac{1}{\alpha}}$$

El indicador de igualdad de Atkinson es:

$$I = \frac{y^*}{\bar{y}} \quad [9]$$

donde \bar{y} es el ingreso promedio; en este caso:

$$\bar{y} = \frac{y_1^0 + y_2^0}{2}$$

El indicador de desigualdad de Atkinson se expresa así:

$$D = 1 - I = 1 - \frac{y^*}{\bar{y}} \quad [10]$$

Los tres casos de los gráficos n° 3, 4 y 5, pueden representarse en un solo gráfico (el n° 6), que servirá para interpretar los Indicadores de Atkinson.

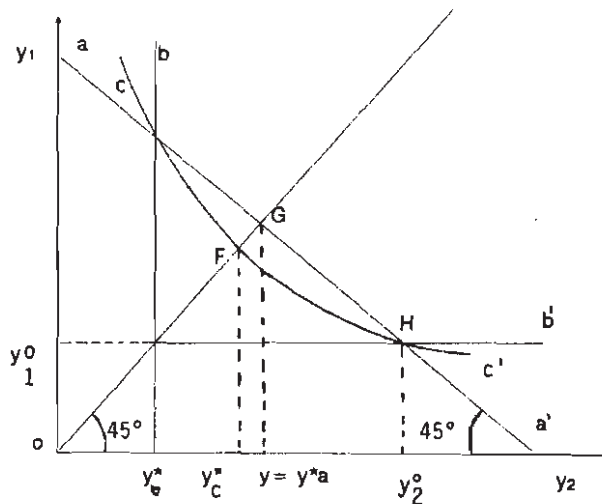


Gráfico N° 6

a) Si $\alpha = 1$, entonces la curva de isobienestar es aa'. Nótese que en este caso $\bar{y} = y^*a$.

$$I = \frac{y^*a}{\bar{y}} = 1; \quad D = 1 - 1 = 0$$

b) Si $\alpha \rightarrow -\infty$, el y^*a (o sea el ingreso distribuido igualmente que permite alcanzar el mismo nivel de W que el indicado por bb') es el ingreso mínimo.

Entonces

$$I = \frac{y^*b}{\bar{y}} = \frac{y_{\text{mín}}}{\bar{y}}; \quad D = 1 - \frac{y_{\text{mín}}}{\bar{y}}$$

c) Si $-\infty < \alpha < 1$, la línea de isobienestar es cc'. Por lo tanto

$$I = \frac{y^*c}{\bar{y}}; \quad D = 1 - \frac{y^*c}{\bar{y}}$$

Obsérvese que mientras más igualitaria es la distribución menor es el indicador de desigualdad (caso a), y mientras más desigual es la distribución, el coeficiente D se aproxima a 1 (en el hipotético caso que el ingreso se concentrara en una sola persona el $y_{\text{mín}} \rightarrow 0$, en cuyo caso $D \rightarrow 1$).

$$D = 1 - \frac{\left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_j \right]^{(1-\epsilon)\alpha}}{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_j} \quad [11]$$

Cabe hacer notar que n puede referirse a la cantidad de grupos en que se divide una población. Por ejemplo, si se toman deciles, $n = 10$.

Por otro lado, nótese que [11] es solo un caso particular del coeficiente D, presentado en el punto A. Obsérvese que el valor de D depende fundamentalmente del valor de los parámetros α y ϵ , donde α puede interpretarse como la ponderación "social", mientras que ϵ , como ya se vio, es la elasticidad de la utilidad marginal privada del ingreso.

El coeficiente de Atkinson constituye también una medida entre la relación ("trade-off") existente entre eficiencia y equidad, la que, por lo que se ha explicado, depende también de la función de W que se seleccione. Para los casos particulares ilustrados en el gráfico N° 6, la interpretación es la siguiente:

a) Como $\bar{y} = y^*a$, cualquier política que implique una pérdida de eficiencia implica asimismo una pérdida de bienestar, ya que si \bar{y} disminuye, también decrece y^*a , con lo que se pasaría a una línea de isobienestar inferior.

b) Es el caso extremo en que l es el menor posible ya que $y^*_b = y_{\min}$. Por lo que se explicará en c), para el caso extremo en que $\alpha \rightarrow -\infty$, la pérdida de eficiencia es la mayor, ya que por razones de equidad hay que sacrificar la eficiencia al máximo (en vez de tener un ingreso total de $y^0_1 + y^0_2$, se tendría $2y^0_1$).

c) Para el caso Intermedio, cuando $-\infty < \alpha < 1$ hay que perder eficiencia en aras de la equidad, según el valor de l . Si fuera, por ejemplo, $l = 4/5$, esto significa que con el 80% del ingreso actual de la economía se podría lograr el mismo nivel de bienestar actual, si el ingreso se distribuyera igualmente. En otras palabras, por razones de equidad podría admitirse una pérdida de eficiencia (en términos de ingreso) hasta del 20%.

II. Aplicación empírica para el Gran Mendoza

A. Coeficientes de Atkinson con distintas ponderaciones para la hipótesis de utilidad marginal privada del ingreso constante

En el presente trabajo se aplican datos de la Encuesta Permanente de Hogares (EPH), de la cual se han tomado los deciles de ingresos individuales de las ondas de octubre-noviembre desde 1984 a 1989.

Recuérdese que la fórmula [11] se refiere al coeficiente de Atkinson para el caso en que la función de bienestar está dada por [6]. Téngase en cuenta que ϵ en esa fórmula es la elasticidad de la utilidad marginal privada del ingreso, según lo visto en [3].

Aquí se considerará el caso especial en que $\epsilon = 0$, o sea que la utilidad marginal privada del ingreso es constante, en cuyo caso el Indicador de desigualdad de Atkinson es:

$$D = 1 - \frac{\left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_j^\alpha \right]^{\frac{1}{\alpha}}}{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_j} \quad [12]$$

Cuando la población se divide en deciles, $n = 10$. Para los ingresos

Individuales del Gran Mendoza, para las ondas de octubre (o noviembre) desde 1984 a 1989, se ha calculado D, tomando distintos valores alternativos para la ponderación "social" α . Los resultados obtenidos aparecen en el cuadro N° 1, donde también se incluyen los respectivos coeficientes de Gini y de variación, a los efectos comparativos. (15)

Nótese que, con cualquiera de los coeficientes utilizados, si se compara 1989 con 1984 la desigualdad ha aumentado, pero la magnitud del cambio es diferente según se use uno u otro indicador.

Si se sigue la evolución de cada coeficiente en ese período, puede observarse que, tanto en el de Gini como en el de variación, en 1985 y en 1988 se advierte una disminución respecto al año inmediato anterior. En cambio en el indicador de Atkinson no es así en todos los casos: depende del valor de α .

Si se considera la variación registrada en 1989 respecto a 1984, según el coeficiente de Gini se observa un incremento del indicador de 26%. Si se toma esa misma relación para el coeficiente de Atkinson, el valor de α que proporciona el incremento relativo del indicador más aproximado al registro con el Gini es $\alpha = -1$, en cuyo caso el aumento es de 28%. Esto estaría implicando que, si se adopta la función de bienestar específica seleccionada aquí, para el caso particular de los datos presentados, el coeficiente de Gini supone una ponderación social igual a -1. Cuando la utilidad marginal privada del ingreso es constante, si $\alpha = -1$, el W está dado por:

$$W = - \left[\frac{10}{\sum_{j=1}^{10} \frac{1}{y_j}} \right]$$

A medida que el y_j es más chico, más pesa en el valor absoluto de W y, si se toma con el signo - delante, significa que el bienestar es menor.

(15) Para el cálculo del coeficiente de Gini, consúltese GIARDINA, Basilio, Manual de estadística, trad. por G. Berni, 4a. Impresión (México, CECOSA, 1977), pág. 525. En cuanto al coeficiente de variación, se ha usado la fórmula:

$$c.v. = \left(\frac{\sum_{j=1}^{10} (y_j - \bar{y})^2}{10 \bar{y}^2} \right)^{1/2}$$

Cuadro Nº 1

Coeficientes de Gini y de variación, comparados con
indicadores de desigualdad de Atkinson

Para Ingresos individuales medios - Gran Mendoza

Año Indicador	1984	1985	1986	1987	1988	1989	Relación 1989/1984
Coeficiente de Gini	0,3837	0,3780	0,3936	0,4374	0,4253	0,4847	1,2632
Coeficiente de variación	0,7686	0,7566	0,7974	0,9420	0,8750	1,1014	1,4329
Coeficiente de desigualdad de Atkinson para distintos valores de α							
Año α	1984	1985	1986	1987	1988	1989	Relación 1989/1984
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-----
0,5	0,1203	0,1138	0,1236	0,1547	0,1469	0,1939	1,6118
0,1	0,2091	0,1946	0,2103	0,2566	0,2506	0,3145	1,5040
-0,5	0,3285	0,2977	0,3187	0,3764	0,3824	0,4489	1,3665
-1	0,4149	0,3680	0,3909	0,4522	0,4716	0,5310	1,2798
-2	0,5478	0,4738	0,4969	0,5583	0,6001	0,6441	1,1757

Referencias: Los valores consignados corresponden a un valor de $\epsilon = 0$ (utilidad marginal privada del ingreso constante).

Fuente: Elaboración propia sobre la base de tabulados de la EPH de las ondas de octubre (o noviembre) de cada año.

Esto no significa que la comunidad se comporte como si $\alpha = -1$. Ya se ha dicho que la ponderación social es algo subjetivo; lo que quiere destacarse aquí es que no puede decirse a priori que al aumentar la desigualdad, el bienestar disminuya en tanto o en cuanto, sin hacer referencia a una función de bienestar específica.

Nótese que, para la función de bienestar aquí seleccionada, a medida que el valor de α va disminuyendo, el coeficiente de desigualdad de Atkinson va creciendo (para ello, tómese cualquiera de los años considerados y sígase la evolución de la columna respectiva).

B. Coeficientes de Atkinson según distintas combinaciones de valores de las ponderaciones y de la utilidad marginal privada del ingreso

En el párrafo A se consideraron los resultados cuando $\epsilon = 0$, lo que implica que la utilidad marginal privada del ingreso no varía, pero la utilidad marginal del ingreso puede ser distinta para un "rico" o para un "pobre", o sea que el aumento de 1 A (austral) a "su" Ingreso no implica el mismo cambio en su utilidad para el que tiene un ingreso alto que para el que lo tiene bajo. Por eso es que en la función de bienestar considerada [6] se incluye el valor de ϵ que representa la elasticidad de la utilidad marginal privada del ingreso.

En consecuencia, el coeficiente de desigualdad de Atkinson, para la función de bienestar seleccionada está dada por [11], en la cual $n = 10$ porque se ha dividido la población en deciles.

En el cuadro Nº 2 se incluyen los resultados obtenidos para el indicador de Atkinson, considerando distintas combinaciones de valores de α y ϵ , para las ondas de octubre (o noviembre) de 1984 y 1989 de la EPH tomando los ingresos individuales del Gran Mendoza. Puede observarse que los datos de las filas correspondientes a $\epsilon = 0$, para 1984 y 1989 respectivamente, coinciden con los ya analizados en el cuadro Nº 1, por lo que se remite a los comentarios pertinentes.

Para todas las combinaciones consideradas, si se compara el valor de 1989 con su respectivo valor de 1984 se advierte que el de 1989 es mayor, lo que indica una mayor desigualdad. Nótese, sin embargo, que los incrementos relativos varían según la combinación. Adviértase en el tercer subcuadro, que la relación existente entre 1989 y 1984, para un α dado, va disminuyendo a medida que ϵ es mayor si $0 < \alpha < 1$, pero va aumentando cuando el α es negativo.

Recuérdese que cuando se presentó la fórmula general del coeficiente de Atkinson, se dijo que:

$$D = 1 - \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right)^{1-\gamma} f_i \right]^{\frac{1}{1-\gamma}}$$

y se explicó que $0 \leq \gamma < \infty$. Cuando $\gamma = 0$ la sociedad está indiferente frente a la distribución y , en el otro extremo, si $\gamma \rightarrow \infty$, a la sociedad sólo le importa la posición del grupo con ingreso más bajo. Con la manipulación algebraica puede demostrarse que la fórmula [11], o sea

$$D = 1 - \frac{\left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_j^{(1-\epsilon)\alpha} \right]^{\frac{1}{(1-\epsilon)\alpha}}}{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_j}$$

Cuadro N° 2

Coeficiente de desigualdad de Atkinson
para distintos valores de α y ϵ

Para ingresos individuales medios - Gan Mendoza

1984					
$\epsilon \backslash \alpha$	1	0,5	-0,5	-1	-2
0	0	0,1203	0,3285	0,4149	0,5478
0,25	0,0614	0,1488	0,3050	0,3733	0,4881
0,50	0,1203	0,1766	0,2808	0,3285	0,4149
0,75	0,1766	0,2037	0,2558	0,2808	0,3285
1989					
$\epsilon \backslash \alpha$	1	0,5	-0,5	-1	-2
0	0	0,1939	0,4489	0,5310	0,6441
0,25	0,1031	0,2347	0,4246	0,4927	0,5946
0,50	0,1939	0,2726	0,3986	0,4489	0,5310
0,75	0,2726	0,3078	0,3706	0,3986	0,4489
Relación 1989/1984					
$\epsilon \backslash \alpha$	1	0,5	-0,5	-1	-2
0	-	1,6118	1,3665	1,2798	1,1757
0,25	1,6791	1,5772	1,3921	1,3198	1,2181
0,50	1,6118	1,5436	1,4195	1,3665	1,2798
0,75	1,5436	1,5110	1,4487	1,4195	1,3665

Fuente: Elaboración propia sobre la base de tabulados de la EPH de las ondas de octubre (o noviembre) de cada año.

es un caso particular en que $f_i = 1/n$ y la ponderación

$$\gamma = 1 - \alpha (1 - \epsilon)$$

$$\text{Si } \epsilon = 0 \Rightarrow \gamma = 1 - \alpha$$

que es el caso analizado en el parágrafo A. Para los casos extremos (cuando $\epsilon = 0$) resulta:

$$\text{Si } \gamma = 0 \Rightarrow \alpha = 1$$

$$\gamma \rightarrow \infty \Rightarrow \alpha = -\infty$$

Por otro lado, si $0 < \epsilon < 1$, recordando que ϵ se define como

$$\epsilon = \frac{\partial \lambda_j}{\partial y_j} \cdot \frac{y_j}{\lambda_j}$$

según lo visto en [3], entonces:

Si $0 < \alpha < 1$, a medida que ϵ crece en valor absoluto, el γ se incrementa y, por ende, el D aumenta; si $0 > \alpha > -\infty$, mientras ϵ sube en valor absoluto, el γ disminuye, o sea que ϵ contrarresta el efecto de α en este caso y, por lo tanto, D disminuye. Esto puede apreciarse en el cuadro N° 2.

Puede observarse, también, que en cada uno de los subcuadros hay combinaciones que arrojan los mismos valores. Eso se debe a que un mismo valor de γ puede obtenerse con diferentes combinaciones de α y ϵ , lo que da como resultado valores de D iguales. Por ejemplo, cuando $\epsilon = 0,50$ y $\alpha = -1$, entonces $\gamma = 1 - \alpha (1 + \epsilon) = 1,5$; si $\epsilon = 0,75$ y $\alpha = -2$, también $\gamma = 1,5$.

No puede decirse categóricamente cuál es el valor de ϵ relevante para una economía, pero en varios estudios teóricos suele admitirse el supuesto que la utilidad marginal del ingreso es constante, en cuyo caso $\epsilon = 0$ es un valor aceptable. (16)

C. Crecimiento del bienestar relacionado con el crecimiento del ingreso

Generalmente el crecimiento del Ingreso se toma como un objetivo

(16) Por ejemplo, en los estudios sobre excedente del consumidor, el supuesto de utilidad marginal del ingreso constante es generalmente admitido, aunque es un concepto discutido.

deseable en una economía, pero es importante tener presente qué otros objetivos se persiguen con una política económica y ver qué relación existe entre esos objetivos. Diéguez y Petrecolla consideran que la tasa de crecimiento del ingreso no es un índice adecuado del crecimiento del bienestar porque, además de otras limitaciones, no toma en cuenta "valoraciones relativas a la forma de su distribución entre los varios grupos sociales". (17)

Para relacionar el crecimiento de ingreso con el bienestar, se siguen los lineamientos teóricos dados por Porto (18), para luego hacer la aplicación empírica a los datos del Gran Mendoza. Se adopta la función específica de bienestar vista en [6], en el caso en que $\epsilon = 0$, siendo $\alpha > -\infty$, o sea:

$$W = \frac{1}{\alpha} \sum_{j=1}^n y_j^{\alpha} \quad [13]$$

y se halla su diferencial total:

$$dW = \sum_{j=1}^n y_j^{\alpha-1} dy_j \quad [14]$$

El cambio relativo en W es:

$$\frac{dW}{|W|} = \sum_{j=1}^n a_j \frac{dy_j}{y_j} \quad [15]$$

donde

$$a_j = \frac{y_j^{\alpha}}{\left| \frac{1}{\alpha} \sum y_j^{\alpha} \right|} \quad [16]$$

Nótese que en [15] y [16] se toma $|W|$ (o sea el valor absoluto del bienestar), para que la tasa de cambio de W sea positiva si crece el ingreso; esto se requiere porque cuando $\alpha < 0$, W es negativa, aunque creciente con los y_j .

Los cambios relativos en el bienestar no dependen sólo de los cambios relativos en los ingresos, sino del valor de las ponderaciones, en las

(17) DIEGUEZ, Héctor y PETRECOLLA Alberto, Crecimiento, distribución y bienestar: Una nota sobre el caso argentino, en "Desarrollo Económico", N° 61 (La Plata, 1976), pág. 102.

(18) PORTO, A., op. cit., págs. 16/17.

cuales inciden los montos de los ingresos de los individuos (y_j) y la ponderación "social" de la función de bienestar (α).

Para los datos de ingresos individuales de la EPH del Gran Mendoza, se han calculado los ponderadores para cambios absolutos de bienestar y para cambios relativos. En otras palabras, se han determinado las ponderaciones que habría que aplicar en la expresión [14] a los incrementos absolutos de ingresos (dy_j) para llegar a obtener dW , o sea que, para cada decil se calcula $y_j^{(\alpha-1)}$. Eso es para las ponderaciones absolutas correspondientes a 1989, las que en el cuadro N° 3 se las designa con la letra A. Por otro lado, se han calculado también las ponderaciones relativas que son las que habría que aplicar en [15] a los incrementos relativos de ingresos $\frac{dy_j}{y_j}$ para llegar a obtener $\frac{dW}{|W|}$, o sea que para cada decil se calcula a_j , explicitado en [16]; o estas ponderaciones se las designa con la letra R el cuadro mencionado. (19)

Con los ponderadores R que figuran en el cuadro N° 3 se han calculado los cambios relativos en bienestar $\frac{dW}{|W|}$ según fórmula [15] para distintos valores de α . Los resultados se consignan en la primera fila del cuadro N° 4.

Como señala Porto (20), el efecto de las "ponderaciones" está incorporado en forma resumida en el índice I de Atkinson, o sea

$$I = \frac{y^*}{\bar{y}}$$

donde y^* es el ingreso distribuido igualmente que permite alcanzar el mismo nivel de W que se obtiene con la distribución existente del ingreso. Por lo tanto, I constituye un instrumento adecuado para analizar la relación crecimiento-distribución planteada por Diéguez y Petrecolla.

De esa expresión se obtiene:

$$\frac{dI}{I} = \frac{dy^*}{y^*} - \frac{d\bar{y}}{\bar{y}} \quad (17)$$

(19) El procedimiento aplicado se detalla en la versión completa de este trabajo. Para el cálculo se parte de los ingresos medios por decil expresados en valores de octubre 1989. Se toma como base, el valor del primer decil de 1984 y se expresa el valor de cada decil en relación al decil-base. Para los y_j así obtenidos se calculan los ponderadores explicados en el texto. En el cuadro N° 3 figuran los correspondientes a 1989, pero en la versión completa están también los de 1984 a 1988.

(20) PORTO, A., *op. cit.*, pág. 17.

Hay que tener presente que $\frac{dy^*}{y^*} > 0$ implica que el bienestar social aumenta; eso puede ilustrarse con el gráfico N° 6, ya que $dy^* > 0$ indica un traslado a una curva de Isobienestar superior (se va corriendo hacia arriba en el rayo de 45°).

Cuadro N° 3

Ponderadores del crecimiento del ingreso para cada decil de Ingresos
Para Ingresos Individuales medios - Gran Mendoza 1989

Deciles		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Ingresos: base 1er. decil 1984 = 1		0,8424	1,4021	1,8068	2,0159	2,5020	3,0275	3,8714	4,8744	6,7765	10,4954	
P O N D E R A D O R E S	$\alpha = 1$	A	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
		B	0,0142	0,0311	0,0401	0,0447	0,0558	0,0672	0,0815	0,1038	0,1505	0,4108
	$\alpha = 0,5$	A	1,2468	0,8444	0,7439	0,7043	0,8321	0,5747	0,5218	0,4625	0,3841	0,2325
		B	0,0210	0,0310	0,0352	0,0372	0,0415	0,0458	0,0502	0,0567	0,0683	0,1128
	$\alpha = -0,5$	A	1,9375	0,8022	0,4117	0,3993	0,2528	0,1898	0,1421	0,0989	0,0568	0,0125
		B	0,0982	0,0885	0,0588	0,0554	0,0498	0,0452	0,0411	0,0384	0,0302	0,0183
	$\alpha = -1$	A	2,4155	0,5088	0,3092	0,2480	0,1597	0,1090	0,0741	0,0457	0,0217	0,0029
		R	0,3282	0,1508	0,1168	0,1047	0,0844	0,0697	0,0575	0,0451	0,0311	0,0114
	$\alpha = -2$	A	3,7552	0,3528	0,1695	0,1221	0,0638	0,0360	0,0202	0,0098	0,0032	0,0001
		R	1,2410	0,2815	0,1574	0,1285	0,0821	0,0580	0,0381	0,0235	0,0111	0,0015

Referencias: A: Ponderadores para cambio absoluto

R: Ponderadores para cambio relativo

Los valores son para $\epsilon = 0$ (utilidad marginal privada del ingreso constante)

Fuente: Elaboración propia sobre la base de datos de la EPH de la onda de noviembre de 1989, a valores de octubre 1989.

Si bien $\frac{dW}{W}$ es un indicador más completo porque tiene en cuenta explícitamente las ponderaciones correspondientes a los distintos deciles, $\frac{dy^*}{y^*}$ puede considerarse un estimador de los cambios en bienestar, que puede ser útil para tener una idea del sentido de los cambios. Pueden presentarse distintos casos, ya que un aumento de $\frac{dy^*}{y^*}$ puede darse por incremen-

tos en $\frac{dy}{y}$ y $\frac{dl}{l}$, pero también puede suceder que uno de estos dos últimos cambios sea positivo y el otro negativo y, sin embargo, el resultado puede dar $\frac{dy^*}{y^*} > 0$. En otras palabras, puede haber una disminución relativa en el ingreso y un aumento en la igualdad relativa en la distribución (o viceversa) y puede registrarse un mayor bienestar relativo.

Cuadro N° 4
Cambios porcentuales de bienestar, Ingreso
real e igualdad en la distribución
Gran Mendoza
1984 - 1989

α Cambios	1	0,5	-0,5	-1	-2
$\frac{dW}{ W }$	-0,1252	-0,1074	-0,1604	-0,3399	-0,7045
$\frac{dy^*}{y^*}$	-0,1941	-0,2802	-0,3873	-0,4099	-0,4272
$\frac{d\bar{y}}{\bar{y}}$	-0,1941	-0,1941	-0,1941	-0,1941	-0,1941
$\frac{dl}{l}$	0	-0,0873	-0,1969	-0,2202	-0,2380

Referencias:

$\frac{dW}{|W|}$ = cambio relativo en bienestar

$\frac{dy^*}{y^*}$ = estimador del cambio relativo en bienestar

$\frac{d\bar{y}}{\bar{y}}$ = cambio relativo en Ingreso promedio real

$\frac{dl}{l}$ = indicador de cambio relativo en la igualdad de la distribución

(Los valores son para $\epsilon = 0$)

Fuente: Elaboración propia sobre la base de datos de la EPH de la onda de noviembre de 1989, a valores de octubre 1989.

En el caso del Gran Mendoza, se ha estimado aproximadamente el cambio en bienestar operado entre 1984 y 1989. En el cuadro N° 4 aparecen $\frac{dy^*}{y^*}$, $\frac{d\bar{y}}{\bar{y}}$ y $\frac{dI}{I}$, para distintos valores de α . Puede observarse que el cambio en el Ingreso real es negativo ($\frac{d\bar{y}}{\bar{y}} < 0$) y también el cambio en igualdad ($\frac{dI}{I} < 0$), lo que se traduce en una pérdida de bienestar ($\frac{dy^*}{y^*} < 0$). (21)

Puede advertirse que mientras menor es α , mayor es la disminución en el bienestar, o sea que la "ponderación social" influye fundamentalmente en la estimación del cambio de bienestar.

Conclusiones

En este trabajo se ha utilizado el coeficiente de desigualdad en la distribución de ingresos de Atkinson para datos disponibles del Gran Mendoza. La magnitud de este indicador depende fundamentalmente de la ponderación que la sociedad le asigna a la desigualdad en la distribución, la cual está respaldada por una función de bienestar social, que es lo que le confiere a ese indicador un contenido económico.

Para la aplicación empírica se ha adoptado la función vista en [6], o sea:

$$W = \frac{1}{\alpha} \left(\sum_{j=1}^n \frac{1}{1-\epsilon} y_j^{1-\epsilon} \right)^\alpha$$

Con los supuestos explicitados en el texto (entre ellos, la utilidad marginal del ingreso constante), el coeficiente de desigualdad en la distribución de ingresos de Atkinson se obtiene con la expresión [12]:

$$D = 1 - \frac{\left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_j^\alpha \right]^{\frac{1}{\alpha}}}{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_j}$$

(21) El hecho que no se verifique exactamente la expresión [17] se debe a que se trata de cambios discretos y no cambios infinitesimales. En cada caso se ha tomado la diferencia entre el valor de 1989 y el de 1984 y a ésta se la ha dividido por el promedio de esos dos valores.

En el cuadro N° 1 puede observarse que, si se comparan 1989 con 1984, para los Ingresos individuales del Gran Mendoza, ha aumentado la desigualdad en la distribución, lo que puede apreciarse con cualquiera de los indicadores utilizados. El coeficiente de Atkinson puede interpretarse también como una medida de la relación que existe entre eficiencia y equidad. Para los datos correspondientes a la onda de noviembre de 1989, en el mismo cuadro, dejando a un lado los valores extremos de α , si se consideran distintas alternativas, el coeficiente D puede pasar, por ejemplo, de 0,19 (cuando $\alpha = 0,5$) a 0,64 (cuando $\alpha = -2$). Esto está implicando que el valor que se le asigne a α es crucial, ya que si D fuera 0,19 estaría indicando que, si el ingreso se distribuyera igualmente, con el 81% del ingreso actual se podría lograr el mismo nivel de bienestar actual, o sea que por razones de equidad podría justificarse una pérdida de eficiencia hasta del 19%. En cambio, si D fuera 0,64, podría llegar a admitirse una pérdida de eficiencia hasta del 64%. Si $\alpha = 1$ interesaría sólo la eficiencia.

Con este indicador también puede afirmarse que ha habido una pérdida de bienestar, ya que ha habido una disminución relativa (y también absoluta) en el ingreso real y un aumento de la desigualdad relativa, lo que se traduce en un decremento relativo (y también absoluto) del bienestar. Lo que no puede decirse categóricamente es en cuánto ha disminuido el bienestar sin introducir elementos subjetivos; eso depende de la función de bienestar social seleccionada y de la ponderación que la sociedad dé a sus utilidades. En el caso de la función específica usada aquí, mientras menor es el α , mayor es la pérdida de bienestar. (22)

Entre los objetivos de política económica pueden haber unos de eficiencia y otros de equidad. Dentro de la teoría de economía del bienestar, no siempre el crecimiento del ingreso es el único objetivo perseguido, sino que pueden haber otros objetivos deseables. Se ha visto aquí que el conflicto que puede presentarse entre aspectos de eficiencia y de equidad distributiva, puede considerarse en el contexto de una función de bienestar social. Sin duda este enfoque está sujeto a limitaciones y es objeto de críticas por el hecho que intervienen en el análisis elementos subjetivos. No obstante estos inconvenientes, este tipo de estudio es fructífero en cuanto ilustra que los aspectos distributivos influyen en el bienestar de una sociedad.

En muchos casos resulta difícil separar las consideraciones de eficiencia de las de equidad. Cuando el economista se basa sólo en criterios eficientistas, actúa objetivamente, pero puede descuidar lo que la mayoría de la sociedad considere más conveniente desde el punto de vista de la

(22) Véase el cuadro N° 4.

equidad. Al aconsejar basado sólo en la eficiencia debe aclarar ese hecho y si, para dar su opinión, toma en cuenta también criterios de equidad debe enfatizar que, en lo que a equidad se refiere, no es un experto (23). Hay autores que opinan que la contribución del economista debe ser sólo a través de estudios de economía positiva y no normativa. (24)

Para el caso de los ingresos individuales del Gran Mendoza en el período 1984/1989, no obstante las limitaciones de los datos y las restricciones que implican los supuestos del análisis teórico, puede afirmarse que se ha producido una pérdida del bienestar social. Medidas tendientes a revertir esta situación pueden apuntar a ambos objetivos, tanto incremento de eficiencia, como disminución de la desigualdad. En cuál hay que poner más énfasis para obtener una mayor tasa de crecimiento en el bienestar, depende de lo que la sociedad considere más conveniente. Lo que es importante es reconocer que tras un objetivo en materia redistributiva, está implícita una función de bienestar. Y lo que se ha intentado demostrar en este trabajo es que no puede hablarse de mayor o menor desigualdad en la distribución, independientemente de elementos subjetivos.

(23) SCITOVSKY, Tibor, Welfare and competition (Chicago, Irwin, 1951), págs. 60/69.

(24) GRAAF, J. de V., op. cit., pág. 178.